

Elektromobilność - laboratorium nr 3 - wielomiany

Przydatne funkcje

- `solve(równanie,x)` - rozwiązuje równanie zmiennej x
- `rhs(równanie)` - zwraca prawą część równania (to co jest po znaku "=")

```
(%i1) rhs(a^2=b^2-1);  
(%o1) b^2-1
```

- `map(funkcja,[wyrażenie])` - wykonuje operację funkcyjną na każdym argumencie wyrażenia

```
(%i1) f(x):=x^2$  
(%i2) map(f,[5,a,1/a]);  
(%o2) [25,a^2,1/a^2]
```

- `rectform(z)` - zwraca formę algebraiczną liczby zespolonej z
- `fpprintprec:3;` - zmiana dokładności wyświetlanych wyników
- `declare(z,complex)` - przypisuje zmiennej z właściwość bycia liczbą zespoloną
- `gfactor(w)` - rozkłada wielomian w na czynniki zespolone
- `allroots(w)` - zwraca wszystkie pierwiastki wielomianu
- `multiplicities` - zwraca krotności pierwiastków
- `divide(w,p)` - dzieli wielomian w przez p

Zadania

1. Rozłożyć wielomiany na czynniki przy pomocy twierdzenia Bezouta, następnie sprawdzić poprawność rozkładu przy pomocy polecenia `factor` lub `gfactor`.

(a) $W(x) = x^6 - 9x^5 + 6x^4 + 142x^3 - 387x^2 + 27x + 540$

(b) $W(x) = x^6 - 25x^5 - 16154x^4 + 291496x^3 + 60558527x^2 - 243759455x + 801799050$

(c) $W(x) = 250000x^6 - 6899750x^5 + 52926761x^4 - 68816098x^3 + 5492894x^2 + 1067248x - 99960$

2. Rozwiązać równania zespolone. Wyniki wyświetlić z dokładnością do trzech miejsc znaczących. Wyznaczyć krotności rozwiązań.

(a) $z^2 - z = 8 + z,$

(b) $z^2 - (6 + i)z + 11 - 7i = 0,$

(c) $z^3 + 2z^2 + 3iz + 10 = 0,$

(d) $x^9 + x^8 - 2x^5 - 2x^4 + x + 1 = 0,$

(e) $x^5 - 5x^3 + 9x^2 - x + 2 = 0,$

(f) $x^6 + (12 - 44i)x^5 + (374i + 33)x^4 + (-1378i - 144)x^3 + (3050i + 206)x^2 + (940 - 3776i)x + 1332i - 1304 = 0$

3. Napisać funkcję `zwin_wiel()` przyjmującą dwa argumenty. Pierwszy to lista pierwiastków, druga to lista krotności pierwiastków. Funkcja ta zwraca rozwinięty wielomian, którego pierwiastkami są liczby z pierwszej listy o krotnościach z drugiej.

`zwin_wiel([1,2],[1,1])` zwraca

$$x^2 - 3x + 2.$$

`zwin_wiel([2,3,1],[7,8,3])` zwraca

$$x^{18} - 41x^{17} + 789x^{16} - 9467x^{15} + 79348x^{14} - 493206x^{13} + 2355458x^{12} - 8834950x^{11} + 26375673x^{10} - 63118885x^9 + 121322321x^8 - 186786111x^7 + 228533634x^6 - 219094092x^5 + 160886088x^4 - 87273936x^3 + 32915808x^2 - 7698240x + 839808.$$

4. Rozłóż poniższe funkcje wymierne na ułamki proste lub sumę wielomianu i ułamków prostych.

(a) $f(x) = \frac{x}{x^2 + 3x - 4}$

(b) $f(x) = \frac{4x^6 - 6x^5 - 32x^4 - 157x^3 + 198x^2 + 335x + 405}{x^7 - 3x^6 - 15x^5 + 19x^4 + 63x^3 + 123x^2 + 88x + 48}$

(c) $f(x) = \frac{4x^7 - 60x^6 + 240x^5 + 40x^4 - 1614x^3 + 4455x^2 - 4791x + 3860}{4x^4 - 68x^3 + 380x^2 - 812x + 784}$